مجموعه کتاب‌های
علامه حلی

ریاضی هفتم

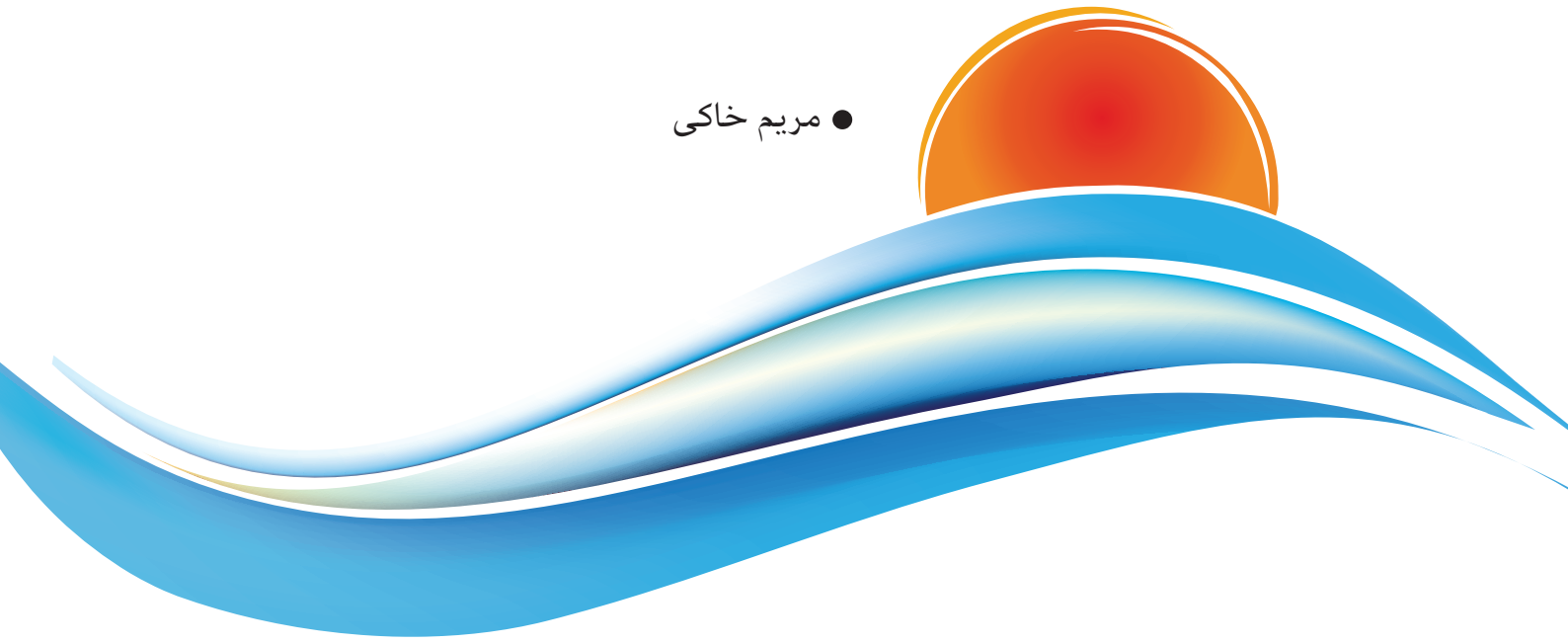


مریم خاکی

مجموعه کتاب‌های علامه حلی

ریاضی هفتم

● مریم خاکی





شناسنامه کتاب

سرشناسه : خاکی، مریم، ۱۳۶۲

عنوان و نام پدیدآور : ریاضی هفتم

مشخصات نشر : تهران: انتشارات حلی، ۱۳۹۵

مشخصات ظاهری : ۱۸۸ص. مصور، جدول، رحلی

فروست : مجموعه کتاب‌های علامه حلی

شابک : ۹۷۸-۶۰۰-۷۷۵۵-۵۳-۲

وضعیت فهرست‌نویسی : فیپای مختصر

یادداشت : (فهرست‌نویسی کامل این اثر در نشانی *http://opac.nlai.ir* : قابل دسترسی است.)

شماره کتابشناسی ملی : ۴۳۳۸۵۱۰

علامه حلی

عنوان کتاب	ریاضی هفتم
ناشر	انتشارات حلی
مؤلف	مریم خاکی
ویراستار علمی	زهره پندی
هماهنگی	سمیه سادات فاطمی
حروف‌نگار	آزاده مهری
صفحه‌آرا	راضیه سادات فرهانیان
طراح جلد	الهه شرفی
تصویرسازان	محمدحسین صفدریان
سال چاپ	۱۴۰۱
نوبت چاپ	هفتم
شمارگان	۲۰۰۰ جلد
قیمت	۱۱۴۰۰۰ تومان
شماره شابک	۹۷۸-۶۰۰-۷۷۵۵-۵۳-۲



تهران، خیابان انقلاب، میدان فردوسی، ابتدای کوچه براتی، پلاک ۱۶ واحد ۱۴

تلفن دفتر مرکزی: ۹-۶۶۷۴۴۳۸۴



جالب است براتی

کلیه حقوق این اثر برای ناشر محفوظ است.

هیچ شخص حقیقی یا حقوقی حق برداشت تمام یا قسمتی از اثر را به صورت چاپ، فتوکپی، جزوه و مجازی ندارد.

متخلفان به موجب بند ۵ از ماده ۲ قانون حمایت از ناشران تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

فهرست مطالب



فصل ۱ حل مسئله — درسنامه ۹



فصل ۲ عددهای صحیح — درسنامه ۱۱ — تمرین ۲۶ — پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۳۰



فصل ۳ جبر و معادله — درسنامه ۳۳ — تمرین ۴۷ — پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۵۴



فصل ۴ هندسه و استدلال — درسنامه ۵۷ — تمرین ۷۳ — پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۷۸



فصل ۵ شمارنده‌ها — درسنامه ۸۱ — تمرین ۹۲ — پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۹۵



فصل ۶
حجم‌های هندسی

درسنامه ۹۷
تمرین ۱۰۹
پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۱۱۶



فصل ۷
توان و جذر

درسنامه ۱۲۱
تمرین ۱۳۶
پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۱۴۱



فصل ۸
بردار و مختصات

درسنامه ۱۴۵
تمرین ۱۵۵
پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۱۵۸



فصل ۹
آمار و احتمال

درسنامه ۱۶۱
تمرین ۱۷۳
پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۱۷۹

پاسخ‌ها ۱۸۲

پیشگفتار

به نام خدا

چند سال پیش، تعدادی از معلمان با دغدغه «آموزش استعدادهای درخشان» ، دورهم جمع شدند و موسسه علامه حلی را تأسیس کردند. این معلم‌ها ـ که خودشان از دانش‌آموختگان مدارس استعدادهای درخشان شهر تهران می‌باشند ـ سال‌ها در مدارس سمپاد (سازمان ملی پرورش استعدادهای درخشان)، به دنبال پیاده‌سازی روش‌های جدید و مؤثر آموزش بوده‌اند و درنهایت تصمیم گرفتند تا نتیجه این تجربیات را در موسسه علامه‌حلی در اختیار دیگر فعالان در عرصه آموزش بگذارند.

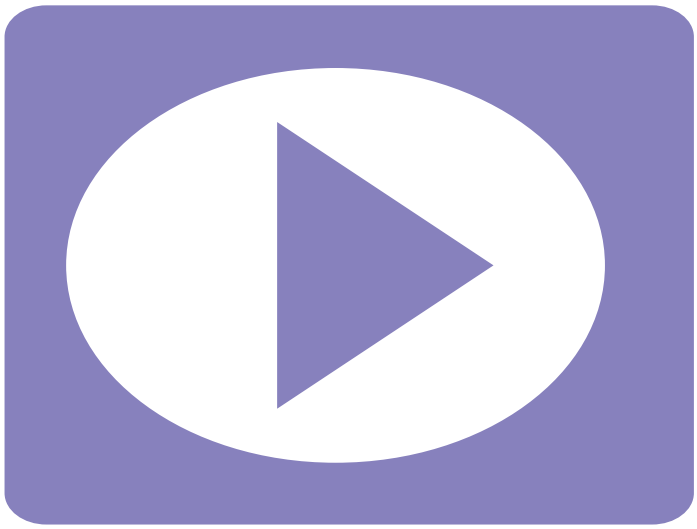
مجموعه کتاب‌های انتشارات علامه‌حلی، یکی از محصولات این تلاش جمعی است. در این کتاب‌ها تلاش شده است تا علاوه‌بر تأمین محتوای مناسب برای دانش‌آموزان برتر کشور، روش‌های جدیدتر و مؤثرتر آموزشی هم در انتقال این محتوا به کار گرفته شده و پیاده‌سازی شود. در پس این کتاب‌ها، ساعت‌ها کار فکری برای انتخاب ساختار و شیوه تدوین صرف شده است. فعال کردن دانش‌آموز در روند آموزش و ارجاع او به انجام مشاهدات، فعالیت‌ها و آزمایش‌های مناسب برای انتقال مفاهیم آموزشی و همچنین ترغیب دانش‌آموز برای مراجعه به منابع گسترده‌تر چون سایت‌های علمی اینترنتی و نرم‌افزارهای آموزشی، از ویژگی‌های این سیستم آموزشی است. علاوه‌بر این برای کمک به فرایند تدریس معلمین عزیز، محصولات جانبی چون متن راهنمای تدریس کتاب، محتوای الکترونیک و ... در کنار هر کتاب تولید شده است.

مجموعه کتاب‌های علامه‌حلی، با همکاری جمع زیادی از مؤلفین و معلمان باتجربه مدارس سمپاد ـ که به‌دقت انتخاب شده‌اند ـ تألیف و ویرایش گردیده است؛ اما آرزوی ما در این مؤسسه این است که از حضور تمامی معلمان دلسوز و باتجربه مدارس سمپاد و دیگر مراکز آموزشی برتر کشور عزیزمان، در تألیف کتاب‌ها و دیگر محصولات آموزشی، بهره ببریم؛ بنابراین از شما دبیران عزیز خواهشمندیم تجربه‌های خود را در زمینه استفاده از این کتاب و آموزش آن در کلاس، برای ما به آدرس الکترونیک: *book@mhelli.ir* ارسال فرمایید تا ما در چاپ‌های بعدی کتاب، از تجربیات، نظرات و حتی تصاویر ارسالی شما در انجام آزمایش‌ها، فعالیت‌ها، بازدیدها و ... در کتاب ـ و البته با ذکر نام ارسال‌کننده ـ استفاده کنیم. البته دانش‌آموزان خوب و پرتلاش هم می‌توانند در این کار همکاری کنند و با معلمین خود در اجرای این طرح همراه شوند.

عابدی جعفری

مدیر انتشارات حلی

مقدمهٔ مؤلف



با نرم افزار موبایل «کتاب زنده» دیده شود.

قبل از شروع به مطالعهٔ کتاب این قسمت را بخوانید:

وقتی شروع به خواندن این کتاب کنید با بخش‌های مختلفی مواجه می‌شوید که غالباً یک لاک‌پشت متفاوت برای هرکدام وجود دارد که هریک از این بخش‌ها از شما انتظار داریم کار متفاوتی انجام دهید. این قسمت‌ها براساس تئوری‌های نوین آموزش و تجارب موفق تدریس برای آموزش دانش‌آموزان مستعد طراحی شده است. این بخش‌ها شامل:



درخت دانش: در صفحه دوم هر فصل، نموداری رسم شده تا به شما کمک کند در کمترین حجم، مطالب علمی فصل و چگونگی تقسیم‌بندی و ارتباط آن‌ها را با هم درک کنید. درواقع این بخش نقشه‌ای است برای گم نشدن در موضوعات علمی.

- **اهداف رفتاری:** بعد از درخت دانش، چند جمله نوشته شده که از اول کار معلوم کند این فصل را می‌خوانیم که چه بشود. خوب است در آخر فصل هم برگردیم و ببینیم، آیا می‌توانم کارهایی را که در این بخش گفته انجام دهیم یا نه!



پاسخگو باش: در این قسمت باید پاسخگوی مطالبی که تا اینجا خوانده‌اید باشید. پاسخگوی سؤالاتی که انتظار می‌رود بعد از خواندن درس تا آن قسمت، بتوانید باکمی فکرکردن به آن‌ها جواب دهید.



فسفر بسوزان: شاید لازم باشد مقدار بیشتری از مغز خودمان استفاده کنیم و قدری فسفر ذخیره شده را بسوزانیم. البته اگر نتوانستید به سوالات این بخش جواب دهید افسرده نشوید؛ برخی از فسفر بسوزانیدها را خود مولفان هم بلد نیستند جواب دهند!



کنکاش‌کن: همه یادگیری در زمان کلاس اتفاق نمی‌افتد. گاهی لازم است راجع‌به یک موضوع خارج از فضای کلاس تحقیق کنیم و نتیجه آن را در کلاس ارائه دهیم. کتابخانه، خانواده، دوستان، اینترنت و ... منابعی هستند که برای این کار می توانیم استفاده کنیم.



دست‌به‌کارشو: در موضوعات علمی مخصوصاً علوم تجربی، یادگیری باکیفیت بدون انجام آزمایش، مشاهده و ساخت وسایل علمی امکان‌پذیر نیست. در قسمت دست‌به‌کارشو نحوه انجام آزمایش، دستورالعمل ساخت وسیله و یا نوع مشاهده توضیح داده می‌شود.



تاریخ علم: در این بخش شخصیتی در متن درس معرفی می‌شود و درکنار صفحه، عکس و مختصری از زندگی وی می‌بینید. حق مسلم ما است که حداقل قیافه این دانشمندان دوست داشتنی را ببینیم، شاید در کتاب‌های آینده عکس شما هم اینجا قرار بگیرد!



جالب است بدانی: برای افرادی که دوست دارند بیشتر از سطح استاندارد با موضوعات آشنا شوند این قسمت توصیه می‌شود. در این قسمت مطالبی آورده شده که خواندن و یادگرفتن آن الزامی نیست ولی آن‌قدر جذاب است که نشود به‌راحتی بی‌خیال خواندن آن شد.



نوبت بازی: خیلی وقت‌ها موضوعات درسی اساس یک بازی هستند و یا می‌شود برای یادگرفتن آن‌ها از یک بازی استفاده کرد. در نوبت بازی درواقع هم درس می‌خوانیم و هم بازی می‌کنیم



جمع‌بندی کن: در انتهای فصل برای یک جمع‌بندی سریع می‌توان از این قسمت کمک گرفت. در این قسمت با هم فصل را جمع می‌کنیم و نکات و مطالب مهم را برای خود تکمیل می‌کنیم.



شهرفرنگ: از آنجایی که همه ما ساعت‌هایی از روز را در اینترنت سِیر می‌کنیم، می‌شود علاوه‌بر سایر کارها، به سایت‌های علمی و جذاب هم سر زد. در بخش شهرفرنگ سایتی مربوط به موضوع فصل معرفی می‌شود که توصیه مؤلفان بازدید از آن سایت است.



پیشنهاد بازدید: جاها و مکان‌های بسیاری وجود دارد که می‌شود دید و یاد گرفت. در فصل‌هایی که به‌نظر مؤلفان مکانی مناسب و مرتبط با موضوع فصل وجود داشته در بخش پیشنهاد بازدید معرفی شده است.



تصحیح کن: یک بار هم خودمان را جای معلم‌ها بگذاریم و برگه تصحیح کنیم. این قسمت یک برگه امتحانی با جواب است که برخی از جواب‌ها دارای غلط و اشتباه است. برگه را تصحیح کنید و نمره دهید.



لغت‌نامه: ما دانش‌آموزان مستعد و متفاوت (!) دوست داریم بتوانیم علاوه بر مطالب درسی، جستجویی هم بکنیم و ببینیم در دنیا درباره موضع درسی ما چه چیزی وجود دارد. برای همین در پایان هر فصل لغات مهم با معادل انگلیسی آن آورده شده است.



تمرین‌ها: در آخر هر فصل تمرین‌های مرتبط با آن آورده شده است. تعداد تمرین‌ها، وقت لازم برای انجام آن‌ها، تعداد سؤالات سخت و آسان و نوع سؤالات کاملاً محاسبه شده، پس خیالتان راحت که همه را می‌توانید انجام دهید. سوالات سخت با ستاره مشخص شده، اگر این سوالات را نتوانستید حل کنید خیلی به خودتان آسیب نزنید!



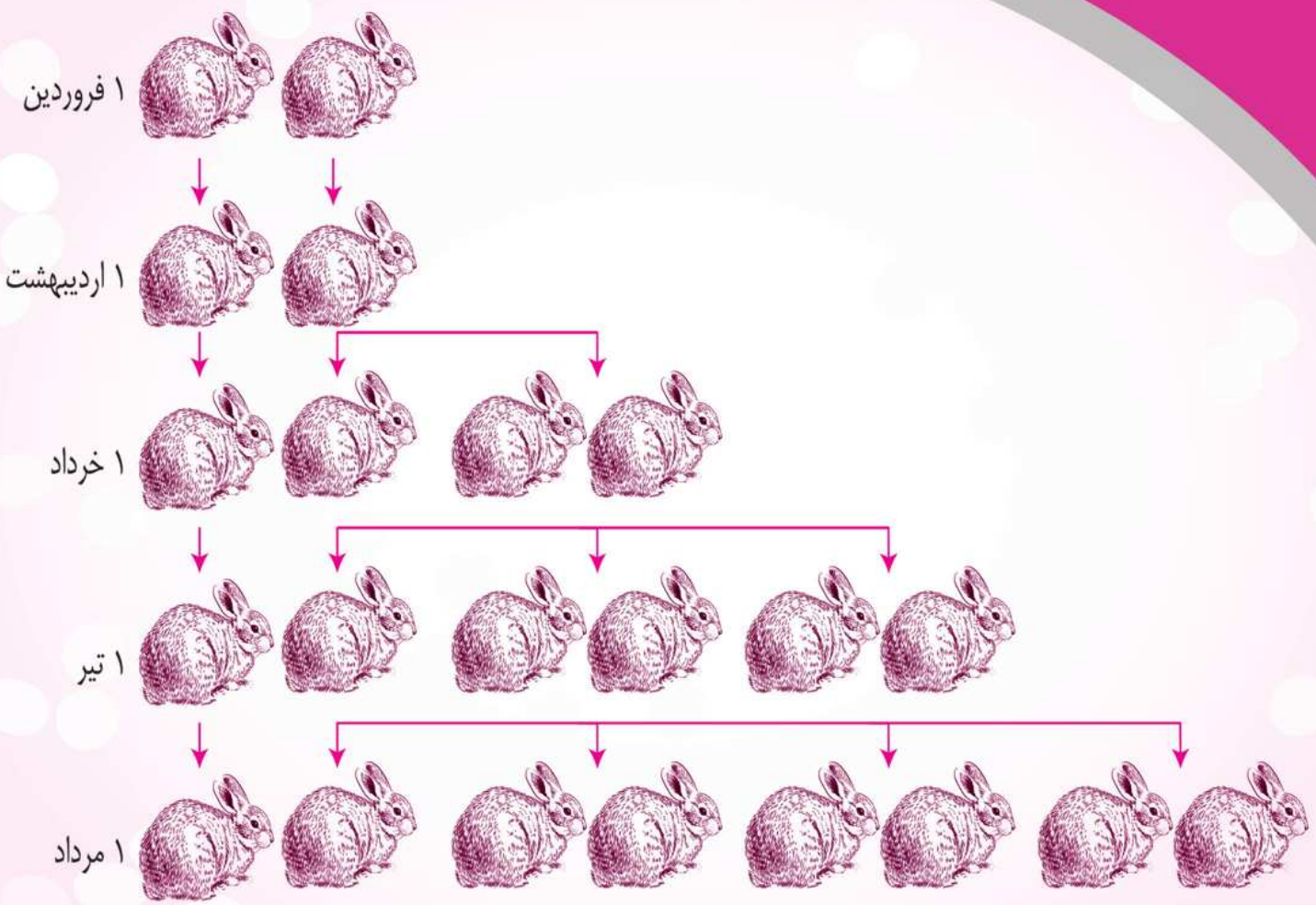
پرسش‌های چهارگزینه‌ای: سؤالات چهارگزینه‌ای یا همان تست هم در آخر هر فصل طراحی شده است. سؤالات چهارگزینه‌ای با این پیش فرض طراحی شده است که اگر نکات مربوط به سؤال را بلد باشید حداکثر در ۲ دقیقه بتوانید به آن جواب دهید.



پاسخ‌های تشریحی: جواب نهایی سؤال‌های تشریحی برای چک کردن درستی راه‌حل ارائه شده است؛ همچنین پاسخ تشریحی سؤالات چهارگزینه‌ای همه فصل‌ها به‌طور کامل در انتهای کتاب آورده شده است. پاسخ تشریحی تمرین‌های زوج به‌طور کامل در وب‌سایت کتاب به‌صورت رایگان قابل مشاهده است.

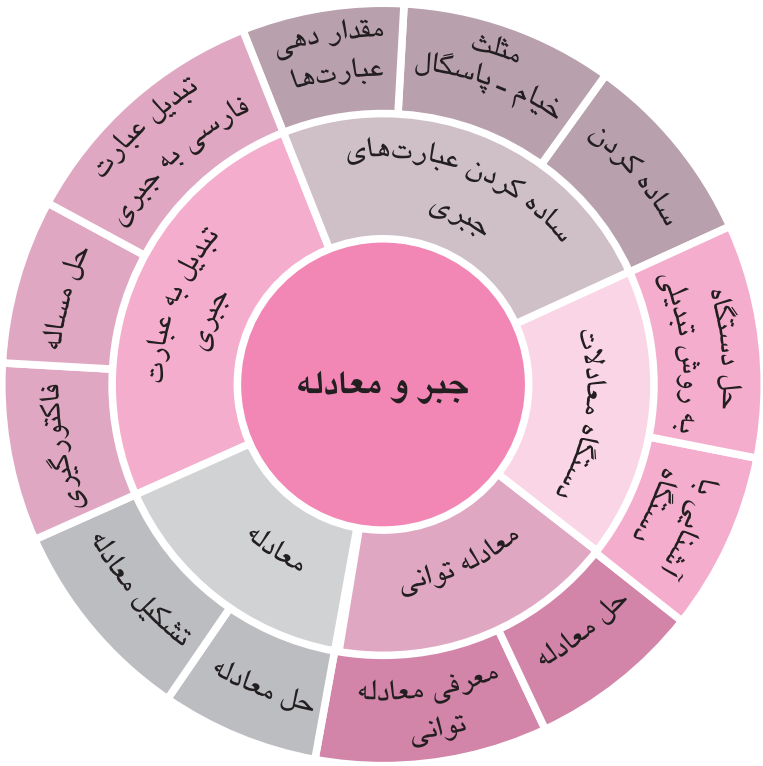
فصل ۳

جبر و معادله



فرض کنید یک جفت خرگوش تازه متولد شده، ۱ ماه طول می‌کشد تا بالغ شوند. و بعد شروع کنند به دنیا آوردن یک جفت خرگوش دیگر، (که می‌شود دو ماه بعد از تولد خودشان) آن‌ها هر ماه یک جفت خرگوش دیگر به دنیا می‌آورند.

اگر ما این روند را از اولین روز ماه فروردین ۱۳۹۵ در نظر بگیریم. چند جفت خرگوش در اولین روز ماه فروردین ۱۳۹۶ خواهیم داشت؟



پس از مطالعه این فصل و حل دقیق تمرین‌ها انتظار می‌رود بتوانی:

- الگوهای عددی برای سری اعداد مختلف بنویسی.
- عبارت‌های جبری را ساده کنی و مقدار عددی آن‌ها را پیدا کنی.
- برای مسائل روزمره خود معادله ریاضی نوشته و از آن استفاده کنی.

الگویابی

اعداد طبیعی مقابل را در نظر بگیرید. ... , ۴ , ۳ , ۲ , ۱

ما می‌دانیم اعداد بعدی ۱۰ , ۱۱ , ۱۲ و ... هستند. ما قادر هستیم این اعداد را ادامه دهیم چون می‌دانیم این اعداد با یک قاعده خاص جلو می‌روند.

به فرم اعداد طبیعی، اعداد متوالی می‌گوییم.

مثال:

دنباله اعداد زوج: ... , ۸ , ۶ , ۴ , ۲

قاعده: شروع با عدد ۲ و سپس هر عدد را با ۲ جمع می‌کنیم که عدد بعدی به‌دست بیاید.

یا ضرب اعداد طبیعی در عدد ۲.

مثال:

دنباله اعداد فرد: ...، ۹، ۷، ۵، ۳، ۱

شروع با عدد ۱، سپس عدد را با ۲ جمع می‌کنیم که عدد بعدی به‌دست بیاید.

یا ۱ واحد از هر یک از اعداد دنباله اعداد زوج کم می‌کنیم.



در سال ۸۲۰ پس از میلاد یک دانمشند ریاضی‌دان مسلمان به نام خوارزمی کتاب جبری به نام جبر و معادله نوشت.
ترجمه لاتین این کتاب در اروپا جبر نام گرفت.
بنابراین معادل لاتین جبر به‌صورت *algebra* نوشته شد.
خوارزمی پدر علم جبر نام گرفته است.



سعی کن الگوی اعداد زیر را کشف کن و سه عدد بعدی را بنویس.

الف) ۱، ۴، ۹، ۱۶، ۲۵، ۳۶، ...

ب) ۱، ۸، ۲۷، ۶۴، ۱۲۵، ۲۱۶، ...

ج) ۳، ۸، ۱۳، ۱۸، ....

د) ۱، ۲، ۴، ۸، ۱۶، ۳۲، ۶۴، ۱۲۸، ....

در این‌جا دو نمونه از این دنباله‌ها که بسیار معروف هستند را با هم بررسی می‌کنیم.

۱ ـ دنباله فیبوناچی

دنباله اعداد ...، ۵، ۳، ۲، ۱، ۱ به دنباله فیبوناچی معروف است.



با رجوع به اینترنت اطلاعات بیشتری در مورد فیبوناتچی به‌دست بیاری.

لاکی با بررسی اعداد بالا به این نتیجه رسیده که هر عدد جدید از جمع دو عدد قبل از خودش ساخته می‌شود.

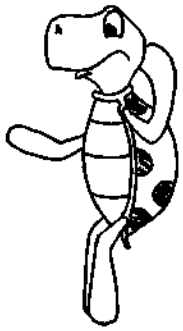
الگوی زیر را در نظر بگیرید که در آن هر جمله از دنباله فیبوناچی در خودش ضرب، و بعد با هم جمع شده:

$$(۱\times۱)+(۱\times۱)=۱\times۲$$
$$(۱\times۱)+(۱\times۱)+(۲\times۲)=۱\times۲$$
$$(۱\times۱)+(۱\times۱)+(۲\times۲)+(۳\times۳)=۳\times۵$$
$$(۱\times۱)+(۱\times۱)+(۲\times۲)+(۳\times۳)+(۵\times۵)=۵\times۸$$

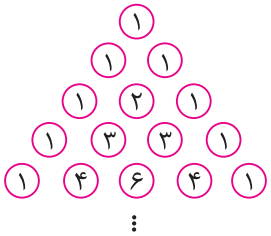
سه سطر بعدی را با همین روش ادامه دهید. لاکی به رابطه بین جواب‌ها و دنباله اصلی فکر می‌کند.

نظر شما چیست؟

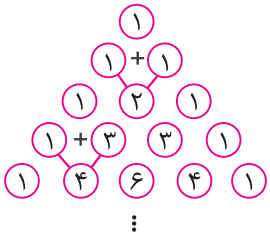
۲- مثلث پاسکال



مثلث زیر، مثلث پاسکال نام دارد:



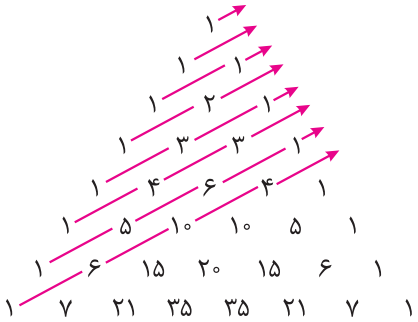
این مثلث به‌صورت زیر ساخته می‌شود:



در نمودار زیر فلش‌ها از اولین عدد سمت چپ شروع شده‌اند.

الف) جمع اعدادی که در طول هر فلش هستند را پیدا کنید.

ب) آیا رابطه‌ای بین دنباله فیبوناچی و مثلث پاسکال وجود دارد؟



دوست لاکی به او پیشنهاد داد که دوباره به دنباله اعداد زوج و فرد با دقت بیشتر و متفاوت نگاه کنند.

لاکی اعداد فرد رو به‌صورت زیر نوشت:

$$۲\times۱-۱\,,\ ۲\times۲-۱\,,\ ۲\times۳-۱\,,\ \ldots,$$

و دوستش اعداد زوج را به‌صورت زیر:

$$۲\times۱\,,\ ۲\times۲\,,\ ۲\times۳\,,\ ۲\times۴\,,\ \ldots$$

همین‌طور که مشخص است، هر دو دنباله با عملیاتی روی اعداد طبیعی به‌دست آمده‌اند.

پس می‌توانیم آن‌ها را به‌صورت:

$۲\times\pi$ برای اعداد زوج و $۲n-۱$ برای اعداد فرد بنویسیم.

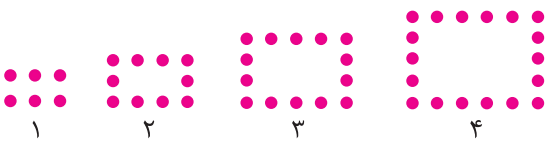
در این‌جا n به‌جای اعداد طبیعی استفاده شده که می‌تواند ... , ۳ , ۲ , ۱ باشد.

به همین علت حروفی که در عبارت‌ها استفاده می‌شوند را **متغیر** می‌نامیم.



دقت کنید در عبارت‌هایی که شامل چند پرانتز هستند برای محاسبه از داخلی‌ترین پرانتز شروع کنیم.

مثال: شکل‌های زیر چهار شکل اول از یک دنباله را نمایش می‌دهند.



الف) تعداد نقاط شکل‌های شماره ۳ و ۴ را بنویسید. می‌دانیم شکل ۱، ۶ نقطه و شکل ۲، ۱۰ نقطه دارد.

حل:

۳ ← ۱۴

۴ ← ۱۸

ب) الگویی پیدا کنید که بتواند جمله n اُم را پیدا کرد.

حل: دقت کنید که

(شکل ۱) $۶ = ۴\times۱+۲$

(شکل ۲) $۱۰ = ۴\times۲+۲$

(شکل ۳) $۱۴ = ۴\times۳+۲$

(شکل ۴) $۱۸ = ۴\times۴+۲$

در نتیجه الگو به‌صورت: $۴\times n+۲ = ۴n+۲$ است.

ج) از فرمول قسمت (ب) استفاده کنید و تعداد نقاط شکل ۳۰ و شماره شکلی که ۴۲ نقطه دارد را بیابید.

حل: وقتی تعداد نقاط ۳۰ است یعنی $n = ۳۰$ پس با قرار دادن این عدد در الگو داریم:

$\square = ۴n+۲$

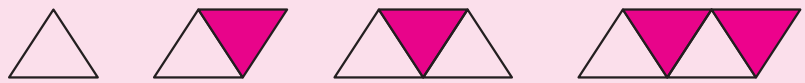
$\square = ۴\times۳۰+۲ = ۱۲۲$

پس شکل ۳۰، ۱۲۲ نقطه دارد.

در قسمت بعد می‌توانیم ۴۲ را به‌صورت $۴۲ = ۴\times۱۰+۲$ بنویسیم و با الگو مقایسه کنیم، در نتیجه: $n = ۱۰$



دو شکل بعدی را رسم کن و جدول زیر را کامل کن.



شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	...	n
تعداد پاره‌خط‌ها	$۲\times۱+۱=۳$	$۲\times۲+۱=۵$	$۲\times۳+۱=۷$	$۲\times۴+۱=۹$			...	
تعداد مثلث‌ها	۱	۲	۳				...	

الف) چه تعداد پاره‌خط و مثلث در موارد خواسته شده وجود دارد؟

ـ شکل دهم

ـ شکل ۱۲۱اُم

ب) الگوی جمله nاُم

عبارت‌های جبری



به هر کدام از این عبارت‌ها که از حاصل‌ضرب یک یا چند متغیر و عدد به‌دست می‌آید، جمله گفته می‌شود.

علامت‌های $+ , - , \times , \div , =$ در محاسبه عبارت‌های جبری استفاده می‌شوند.

از ترکیب چهار عمل اصلی و متغیرها جملات جبری ساخته می‌شوند.

مثال:

$۲n \quad , \quad +۴xy$

$\frac{۲z}{۵k}$





شکل زیر ۱۲ چوب کبریت را نشان می‌دهد به‌طوری‌که یک ۶ ضلعی از مثلث‌های یکسان درست شده است. حالا شما می‌توانید این ۱۲ چوب کبریت را از نو طوری بچینید که ۸ مثلث هم اندازه بسازد؟

لاکی مثال‌هایی دارد که می‌خواهد با کمک شما تشخیص دهد که چند جمله‌ای هستند یا یک جمله‌ای.

$$\frac{x+2y-4}{3x}=\frac{x}{3x}+\frac{2y}{3x}-\frac{4}{3x}$$

همان‌طور که می‌بینیم می‌توان این مثال را به‌صورت سه عبارت جدا از هم نوشت که بین آن‌ها جمع و تفریق وجود دارد.

$$\frac{3xyz}{3x}=\frac{6x}{3x}\times y\times z=\frac{6}{3}\times\frac{x\times y\times z}{z},\ldots$$

در این مثال به هر صورت بنویسیم حاصل یکسان می‌شود. لاکی به یک نتیجه جالب رسید.



اگر بین علامت‌ها، متغیرها و اعداد ضرب یا تقسیم وجود داشته باشد یک جمله هستند و اگر بین هر سری از جملات بالا جمع یا تفرق دیده می‌شود هر کدام یک جمله در نظر گرفته می‌شود.

یک جمله: $5\times -2xyz\div 3kw \Rightarrow \frac{5\times -2\times xyz}{3kw}$

۳ جمله: $\underset{1}{5}-\underbrace{(-2xyz)}_{2}+\underbrace{3kw}_{3} \Rightarrow$

در جبر جمله‌هایی که دارای متغیرهای یکسان هستند را جملات مشابه می‌نامیم که می‌توان آن‌ها را با هم جمع یا از هم کم کرد.

مثال:

الف) $3a+5a=8a$

ب) $9c+7d-4c-5d=(9c-4c)+(7d-5d)=5c+2d$



اگر $z=9, x+y=z$ باشد، بنابراین x, y می‌توانند هر جفت عددی باشند که حاصل‌جمع آن‌ها ۹ می‌شود.

$(4,5)\ (7,2)$

در ضرب و تقسیم، اعداد و متغیرها به‌صورت جداگانه در هم ضرب یا تقسیم برهم می‌شوند.

مثال:

الف) $3\times 6a=(3\times 6)\times a=18a$

ب) $3(a-b)=3\times a-3\times b=3a-3b$

ج) $14m\div 7=\frac{14m}{7}=2m$



پاسخ‌گو باش

عبارت‌های جبری زیر را ساده کن.

الف) $3x+8x-2x=$

ب) $-4\times(-2k)=$

ج) $(-11c)\div 121=$

د) $-\frac{2}{5}\times 20n=$

تبدیل عبارت‌های کلامی به عبارت‌های جبری و بالعکس

مثال: برای هر کدام از مثال‌های زیر یک عبارت جبری بنویسید.

الف) $۲x$ و $۳y$ را با هم جمع کرده‌ایم.

حل: $۲x+۳y$

ب) $۵x$ را از ۱۲ کم کرده‌ایم.

حل: $۱۲-۵x$

ج) حاصل‌ضرب u در $۳v$

حل: $u\times ۳v$

د) حاصل تقسیم $۳k$ بر $۷x$

حل: $\frac{۳k}{۷x}$

هـ) حاصل‌ضرب x و $۳y$ را از مجموع p و y کم کرده‌ایم.

حل: $۳xy-(y+p)$



۱ـ وقتی y در ۳ ضرب می‌شود. ما به‌صورت معمول $۳y$ می‌نویسیم نه به‌صورت $y۳$.

۲ـ وقتی x در یک ضرب می‌شود ما به‌صورت x می‌نویسیم نه $۱x$ یا $x۱$



سن علی سه برابر سن حسین و سن محمد پنج سال بیشتر از سن حسین است. اگر حسین x ساله باشد. سؤالات زیر را با نوشتن عبارت جبری جواب دهید.

الف) سن امروز علی　　ب) سن امروز محمد

ج) سن پنج سال بعد علی　　د) مجموع سن دو سال بعد علی و حسین

هـ) مجموع سن ۴ سال پیش حسین و محمد

ساده کردن عبارت‌های جبری و مقدارگذاری

مثل هر عملیات دیگر در ریاضی برای عبارت‌های جبری هم اولویت عملیات مهم است.

به همین دلیل عبارت‌های جبری هم ابتدا باید ساده شوند.

مثال:

$$\begin{aligned}
&۳(p-۲p)-۴(۲p-۳q-۵)\\
&=۳p-۶q-(۸p-۱۲q-۲۰)\\
&=۳p-۶q-۸p+۱۲q+۲۰\\
&=(۳p-۸p)+(-۶q+۱۲q)+۲۰\\
&=-۵p+(+۶q)+۲۰ \Rightarrow -۵p+۶q+۲۰
\end{aligned}$$



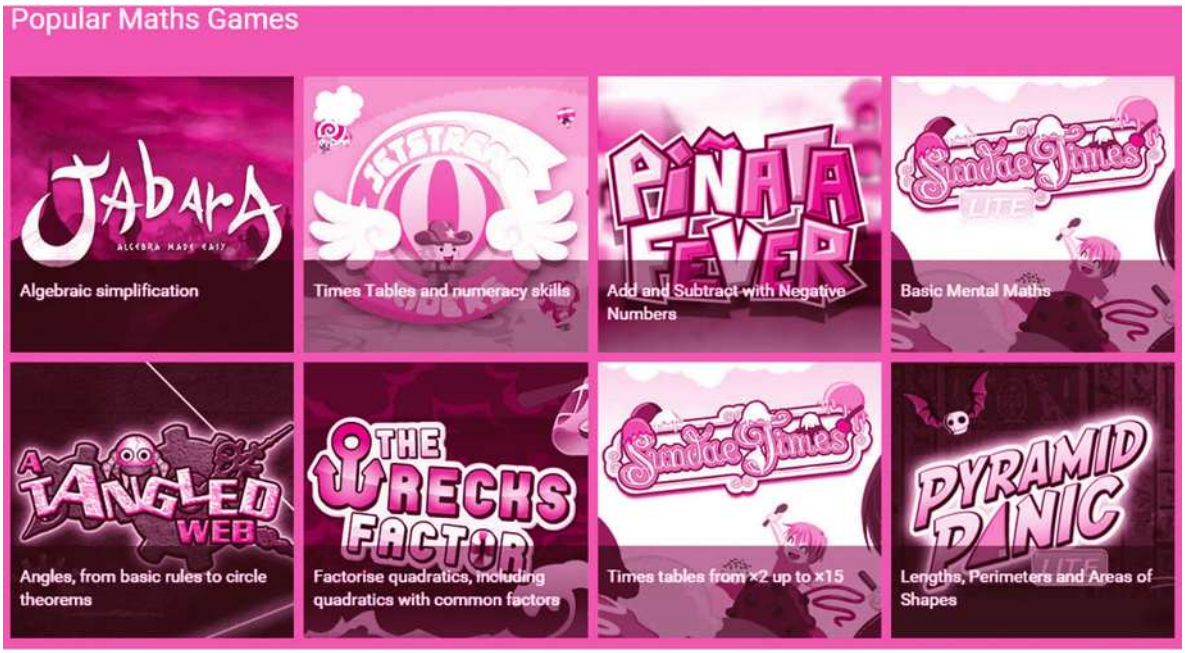
الف) $۲\left[۴p-۳(m+p)\right]=$

ب) $(w+r)-۴(۳t-۲w)+۶(t-۲r)$

ج) $-۴\left[۵(۲x+۳y)-۴(x+۲y)\right]$

این هم یک وبگاه بازی ریاضی!

https://www.mangahigh.com/en/#games



در این وبگاه می توانید بازیهای مختلفی در موضوعات ریاضی پیدا کنید.

مثلا در صفحه زیر یک بازی ساده و جالب درباره معادله وجود دارد. بازی کنید، لذت ببرید و در حل معادله های ساده ماهر شوید.

https://www.mangahigh.com/en/games/algebrameltdown





پایه: هفتم
تاریخ آزمون:
نام و نام‌خانوادگی: غزاله احمدی

بسمه تعالی
مبحث آزمون: جبر و معادله
نام دبیر: خانم انصاری

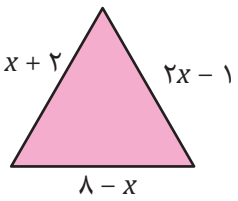
مدت آزمون: ۲۵ دقیقه
بارم آزمون: ۵ نمره

بارم

۲ نمره

۱. کدام مثلث می‌تواند متساوی‌الاضلاع باشد؟

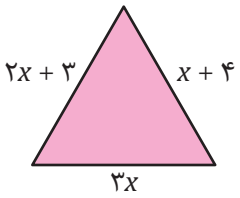
ب)



$$\left.\begin{array}{l} x+2=8-x \\ 2x=6 \\ x=3 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+2=5 \\ 8-x=5 \\ 2x-1=5 \end{array}\right.$$

متساوی‌الاضلاع است. چون طول سه ضلع برابر است.

الف)



$$\left.\begin{array}{l} 3x=2x+3 \\ 3x-2x=3 \\ x=3 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 3x=9 \\ 2x+3=9 \\ x+4=7 \end{array}\right.$$

طول سه ضلع با هم برابر نیست

$$576-36=540$$

۱ نمره

۲. معادله کسری زیر را حل کنید.

$$\frac{-x-5}{20}=\frac{3x+1}{4}$$

$$4(-x-5)=20(3x+1)$$

$$-4x-5=60x+20$$

$$-64x=25$$

$$x=-\frac{25}{24}$$

۲ نمره

۳. اگر $x+y=5$ باشد، معادله روبه‌رو را حل کنید.

$$2x+7y=5x-\frac{1}{5}y$$

$$x=5-y$$

$$2(5-y)+7y=5(5-y)-\frac{1}{5}y$$

$$10-y+7y=25-y-\frac{1}{5}y$$

$$10-25=\frac{34}{5}y \Rightarrow y=102$$

$$2x+7(102)=5x-\frac{1}{5}(102)$$

$$2x+714=5x-20/4$$

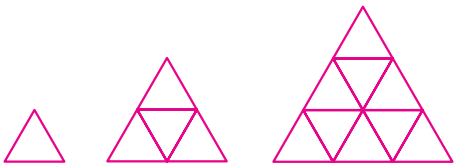
$$3x=734/4$$

$$x=244/8$$

تمرین‌ها

الگوهای عددی ـ تصویری

۱. دنباله چوب کبریت روبه‌رو را در نظر بگیرید و به سؤالات زیر پاسخ دهید:



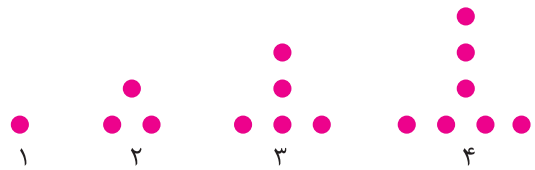
الف) تعداد مثلث‌های کوچک در شکل‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ را به‌دست آورید.

ب) آیا شکلی هست که ۲۰ مثلث کوچک داشته باشد.

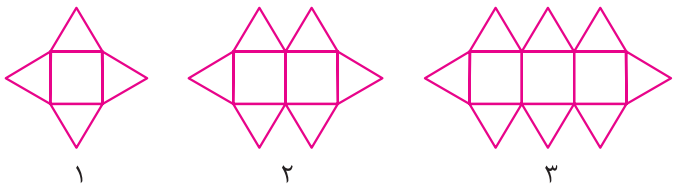
ج) محیط شکل دهم چند چوب کبریت است.

د) به شکل ۹۹اُم چند چوب کبریت باید اضافه شود، تا شکل صدم ساخته شود.

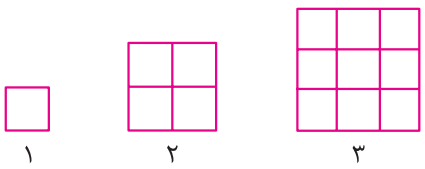
۲. با توجه به دنباله تصویری زیر جمله nاُم را پیدا کنید:



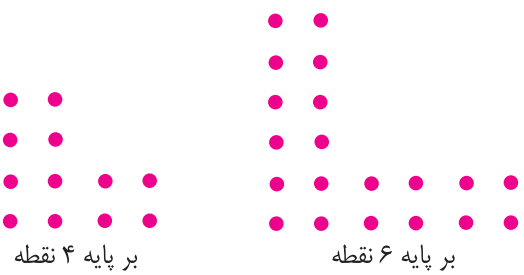
۳. با چند پاره‌خط یکسان، شکل بعدی، دهم و پنجاهم ساخته می‌شود؟ (چهارضلعی مربع و سه‌ضلعی‌ها مثلث متساوی‌الاضلاع هستند)



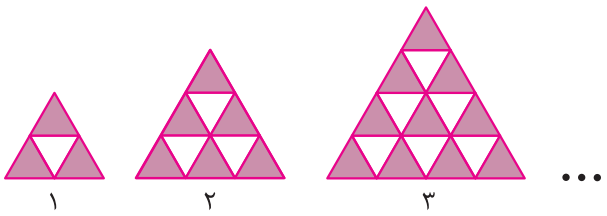
۴. تعداد مربع‌های شکل nاُم را پیدا کنید: (طول ضلع مربع‌ها ۱ است)



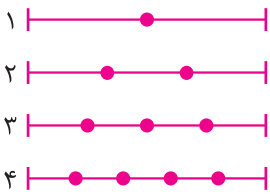
۵. شکلی که بر پایهٔ ۷ و ۱۲ و ۵۰ نقطه باشد، چند نقطه دارد؟



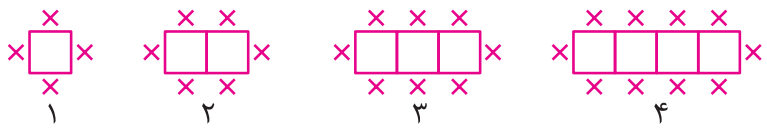
۶. تعداد مثلث‌های کوچک که رنگ نشده‌اند از چه الگویی پیروی می‌کنند. در مثلث ۱۰اُم چند مثلث رنگ نشده داریم؟
تعداد مثلث‌های رنگ شده از چه الگویی پیروی می‌کنند؟



۷. با توجه به شکل اگر ۴۹ نقطه روی پاره‌خط بگذاریم، چند پاره‌خط داریم؟ چه تعداد نقطه نیاز داریم تا بتوانیم پاره‌خط را به ۱۰۵ قسمت تقسیم کنیم. الگوی جمله nاُم را بیابید.



۸. در شکل‌های زیر تعداد میز و تعداد نفراتی که می‌توانند در آن‌ها بنشینند نمایش داده شده با توجه به آن جدول زیر را کامل کنید.



تعداد	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴
تعداد میزها	۱	۲				

چه تعداد میز برای نشستن { الف) ۲۰ نفر / ب) ۳۰ نفر } نیاز داریم:

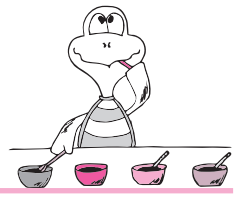
چه تعداد می‌توانند بنشینند اگر { الف) ۲۲ میز / ب) ۳۶ میز } داشته باشیم:



فسفر بسوزان

ردیف بعدی در دنباله عددی زیر راکامل کن و جواب خود را توضیح بده.

۳
۱ ۳
۱ ۱ ۱ ۳
۳ ۱ ۱ ۳
۱ ۳ ۲ ۱ ۱ ۳
۱ ۱ ۱ ۳ ۱ ۲ ۲ ۱ ۳
⋮



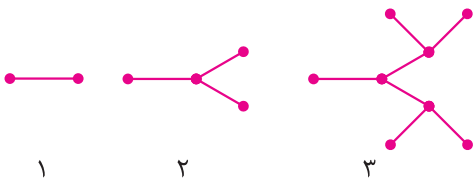
پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱. جمله عمومی الگوی مقابل کدام گزینه است؟

۸، ۱۱، ۱۴، ۱۷، ۲۰، ...

۱) $3n$ ۲) $3n-5$ ۳) $n+3$ ۴) $3n+5$

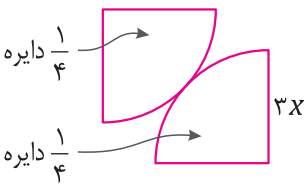
۲. الگوی روبه‌رو را در نظر بگیرید، تعداد نقطه‌های شکل ۸اُم، چند تا است؟



محل برخورد محیط دو دایره‌هقابل چشم‌پوشی است.

۱) ۱۰۲۴
۲) ۱۲۸
۳) ۲۵۶
۴) ۵۱۲

۳. محیط شکل مقابل اگر $r=3x$ باشد به‌صورت عبارت جبری کدام است؟ $(\pi=3)$



۱) $15x$
۲) $3x$
۳) $6x$
۴) $21x$

۴. ساده شده عبارت جبری روبه‌رو برابر کدام گزینه است؟ $4(3-(x)+2(x-3)-4-(x+2))=$

۱) $8x-36$ ۲) -36 ۳) $36-8x$ ۴) -9

۵. عبارت مقابل چند جواب دارد؟

$2x(x-2)(x+3)(x-6)=0$

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) صفر ۴) ۳

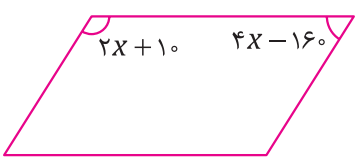
۶. مقدار عددی قرینه عبارت جبری $\frac{xy}{4z}$ به‌ازای $x=\frac{1}{2}$ و $y=-6$ و $z=1$ برابر است با:

۱) $\frac{-15}{2}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{-3}{0/4}$ ۴) $\frac{15}{2}$

۷. اگر $3x+4=-2$ باشد، مقدار z در معادله $zx-2=7$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) -6 ۳) $\frac{8}{3}$ ۴) $-\frac{9}{2}$

۸. مقدار x در شکل مقابل برابر است با: (شکل متوازی‌الاضلاع است.)



۱) ۵۰
۲) ۵۵
۳) ۵۱/۵
۴) ۵۴/۵

۹. پول سارا خس پول عسل است. اگر سارا و عسل روی هم ۳۰۰۰ تومان داشته باشند، عسل چند تومان بیشتر دارد؟

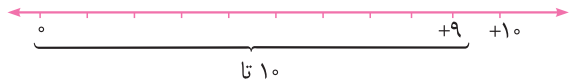
۱) ۲۰۰۰ ۲) ۵۰۰ ۳) ۲۵۰۰ ۴) ۱۵۰۰

پاسخنامه تشریحی



فصل ۲: عددهای صحیح

۱. گزینه «۳»



۲. گزینه «۴»

$۴ \times ۳۶۰ = ۱۴۴۰ \qquad ۱۴۴۰ + ۷۰ = ۱۵۱۰$

۳. گزینه «۲»

$A = -۳ \quad , \quad B = -۳ + ۴ = +۱ \quad , \quad C = -۳ - ۷ = -۱۰$

$-۳ + ۱ - ۱۰ = -۱۲$

$-۱۲ \div ۳ = -۴$

۴. گزینه «۲»

$a \times (-۲) = -۲a$

$-۵ - (-۲a)$

$-۵ - (\cancel{-۲ \times (-۱۱)}) = -۵ - ۲۲ = -۲۷$
$\qquad\qquad +۲۲$

۵. گزینه «۳»

ص	د	ی
۳	۶	۷
− (۲	۹	۳)
۱	−۳	۴

$\Rightarrow ۱۰۰ - ۳۰ + ۴ = ۷۴$

۶. گزینه «۲»

$\underbrace{-۱+۲}_{+۱} \underbrace{-۳+۴}_{+۱} - \ldots \underbrace{-۴۹+۵۰}_{+۱}$

$۵۰ \div ۲ = ۲۵$

$۲۵ \times (+۱) = +۲۵$

۷. گزینه «۳»

$-۱۰۶ - ۱۱۴ = -۲۲۰$

$-۲۷ - ۱۷ = -۴۴$

$\frac{-۲۲۰}{-۴۴} = +۵$

۸. گزینه «۱»

$-۲۱ \times ۴ = -۸۴$

۹. گزینه «۴»

$$\frac{(-۱۰ - ۹ - ۸ - \ldots + ۸ + ۹ + ۱۰)}{\ldots - ۱ + ۰ + ۱ \ldots - ۲ + ۴ - ۶ + ۸ - ۱۰ + \ldots} = \frac{\overbrace{-۱۰ + ۱۰ - ۹ + ۹ - \ldots}^{۰}}{\text{هر عددی}}$$

$$= \frac{۰}{\text{هر عددی}} = ۰$$

هرگاه صورت کسری صفر باشد، حاصل صفر می‌شود.

۱۰. گزینه «۲»

$-۱ + (-۲) + (-۳) + \ldots + (-۱۴)$

$$\frac{n(n+۱)}{۲} = \frac{\overset{۷}{\cancel{۱۴}} \times ۱۵}{\cancel{۲}} = ۱۰۵ \rightarrow -۱۰۵$$

۱۱. گزینه «۱»

$$\underset{۱}{-۲}, \underset{۲}{+۴}, \underset{۳}{-۶}, \underset{۴}{+۸}, \underset{۵}{-۱۰}, \ldots$$

اعداد زوج علامت + و اعداد فرد علامت − دارند.

۳۶ عدد زوج است پس علامت آن مثبت است.

و هر جمله برابر است با دو برابر شماره جمله پس داریم: $۳۶ \times ۲ = ۷۲$

۱۲. گزینه «۴»

$\bigcirc = -۴, \ \square = -۳, = ۵ \qquad -۴ \times -۳ \times ۵ = +۶۰$



آزمون‌های بین‌المللی

۱. گزینه «۳»

$$(۲ + ۴ + ۶ + \ldots + ۲۰۰) - (۱ + ۳ + ۵ + \ldots + ۱۹۹)$$
$$= \underbrace{۲-۱}_{۱} + \underbrace{۴-۳}_{۱} + \underbrace{۶-۵}_{۱} + \ldots + \underbrace{۲۰۰-۱۹۹}_{۱} = ۱۰۰$$

۲. گزینه «۳»

عدد در گزینه ۳ قرینه و دو برابر می‌شود پس حتماً عدد مثبتی خواهده بود و از سایر گزینه‌ها بزرگتر است.

۳. گزینه «۱»

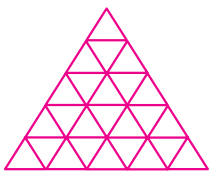
با توجه به جدول زیر بعد از دو عمل $x-y$ برابر $a-b$ خواهد شد و این الگو با همین ترتیب ادامه می‌یابد، پس بعد از ۲۰۰۴ عمل نیز $x-y$ برابر $a-b$ خواهد بود یعنی: $۳ - ۵ = -۲$

تعداد عمل	x−y	سه‌تایی
۰	$a-b$	(a,b,c)
۱	$b-a$	$\downarrow$ $(b+c,c+a,a+b)$
۲	$a-b$	$\downarrow$ $(۲a+b+c,۲b+a+c,۲c+a+b)$
۳	$b-a$	$\downarrow$ $(۲a+۳b+۳c,۲b+۳a+۳c,۲c+۳a+۳b)$

۴. گزینه «۵»

$\overline{۲۰۱۲} = ۲ \times ۱۰۰۰ + ۰ \times ۱۰۰ - ۱ \times ۱۰ - ۲ \times ۱ = ۱۹۸۸$

۵. گزینه «۳»



به دو ردیف پایین مثلث‌های کوچک توجه کنید تعداد مثلث ردیف آخر ۹تاست و ردیف بعد ۷ عدد مثلث دقت کنیم در هر ردیف دو مثلث کم نمی‌شود تا به بالا برسد، بنابراین تعداد مثلث‌ها برابر است با: $۹ + ۷ + ۵ + ۳ + ۱ = ۲۵$

۶. گزینه «۱»

در ردیف‌های مثلث به ترتیب ۱، ۳، ۵، ...، ۳۹ عدد قرار دارد، در ردیف ۱ تا ۱۹، $(۱ + ۳ + ۵ + \ldots + ۳۷) = ۳۶۱$ عدد متوالی قرار دارد و در ردیف ۱ تا ۲۰، $(۱ + ۳ + \ldots + ۳۹) = ۴۰۰$ عدد متوالی قرار دارد که اختلاف این اعداد مجموع اعداد ردیف بیستم است.

$$(۱ + ۲ + ۳ + ۴ + \ldots + ۳۹۹ + ۴۰۰) - (۱ + ۲ + ۳ + ۴ + \ldots + ۳۶۰ + ۳۶۱) =$$

$$۳۶۲ + ۳۶۳ + ۳۶۴ + \ldots + ۳۹۹ + ۴۰۰ = \frac{۷۶۲ \times ۳۹}{۲} = ۱۴۸۵۹$$

۷. گزینه «۵»

۸. گزینه «۵»

$$\overbrace{(a + \underbrace{a - a}_{۰})}^{a} \div a = a \div a = ۱$$

۹. گزینه «۴»

لاکی: $۵ + ۷ + ۹ + ۱۱ + ۱۳ + ۱۵ + ۱۷ + ۱۹ + \text{باقی‌مانده} = ۱۰۱$

دوستش: $۶ + ۸ + ۱۰ + ۱۲ + ۱۴ + ۱۶ + ۱۸ + ۲۰ = ۱۰۴$

$۱۰۱ + ۱۰۴ = ۲۰۵$

۱۰. گزینه «۱»

$-۵۰ - ۴۹ - ۴۸ - \ldots + ۰ + ۱ + ۲ + \ldots + ۴۹ + ۵۰ = ۰$

پاسخ نهایی فصل ۲

۱. ۱۳ عدد
۲. الف) >
ب) >
ج) =
۳. ۶
۴. −۱۱
۵. −۱۲
۶. $Z = -W = y$
۷. +۳
۸. −۱۰
۹. الف) +۴۰
ب) −۲۵
۱۰. الف) $a = -۱۲ , b = -۶$
ب) −۱۴
۱۱. ۱۶
۱۲. طول بردار ۲۰
۱۳. طول کل مسیر ۳
۱۴. +۴۸
۱۵. −۵
۱۶. —
۱۷. ۲۹۰
۱۸. —
۱۹. $a = -۱۰ , b = -۶$
۲۰. ۱۱۴
۲۱. −۶
۲۲. +۳
۲۳. صفر
۲۴. ۶۴
۲۵. صفر
۲۶.

$B = ۲$	$E = -۶$	$A = -۷$
$D = -۳$	$G = ۴$	$F = -۸$

۲۷. ۶۹۸
۲۸. −۱
۲۹. ✓ ✗ $۹۶۳ = ۶۵۵۲$
۳۰. الف) ۵۱
ب) −۳۵
ج) −۶۰
۳۱.
$B = ۲$ $C = ۳$
$d = ۴$ $e = ۵$
$f = ۶$ $g = ۷$
$h = ۸$ $i = ۹$
$j = ۱۰$
۳۲. الف) −۹
ب) −۲

پاسخ نهایی فصل ۳

۱. الف)
شکل ۱) ۱
شکل ۲) ۴
شکل ۳) ۹
شکل ۴) ۱۶
ب) خیر
ج) ۳۰
د) ۳۰۰
۲. $\frac{n(n+۱)}{۲}$
۳.
شکل ۴) ۳۳
شکل ۱۰) ۷۵
شکل ۵۰) ۳۵۵
۴. $n \times n$
۵.
پایه ۷) ۳۶
پایه ۱۲) ۵۶
پایه ۵۰) ۲۰۸
۶. ۶۶
۷. ۱۵
۸. الف) $n = ۹$
ب) $n = ۱۴$
۹. الف) $۳n - ۱$، ۲۰، ۱۷ و ۱۴
ب) $۷n + ۴۵$، ۱۰۴، ۹۷، ۹۰
ج) $۹n + ۲۸$، ۹۱، ۸۲ و ۷۳
د) ۶۰، ۵۰ و ۴۰
هـ) ۷۲۹، ۲۴۳ و ۸۱
و) ۲۸، ۲۱ و ۱۵
ز) ۵۵، ۳۴ و ۲۱
۱۰. جمله nاُم: $\frac{n(n+۱)}{۲}$
تعداد مثلث شکل ۷: ۲۸
۱۱. $۵q + ۵$
۱۲. $(۸x + ۱۲y + ۱۴) - \frac{(۶y + ۷) \times ۳x}{۲}$
۱۳. $۳r^۲$
۱۴. $۲b + ۶$
۱۵. $\frac{۱۱۹}{۶۴} l$
۱۶. $(\frac{z}{۲} - z + \frac{z}{۳}) \times \frac{z}{۴}$
۱۹. $m + n + ۱ - \frac{۳}{۲} z$
۲۰. —
۲۱. ۲ یا $\frac{۴}{۲}$
۲۲. الف) یک جمله
ب) ۲ جمله
ج) ۳ جمله
۲۳. −۲
۲۴. $\frac{۵}{b}$
۲۵. الف) $۲a + c$
ب) $۲a + ۵b - ۱۰c$
ج) $x + ۲y - ۴z$
د) $۳p - ۱۳q + ۱۳r$
۲۶. الف) $(a + ۴)(x - ۵)$
ب) $(۲a - ۵)(۳z - ۱)$
ج) $(۴v + ۳u)(۶x - ۵y)$
د) $(۲c - ۵d)(۷x - ۲y)$
۲۷. الف) $q = ۵ - x$
ب) $C = -۳۰$
۲۸. ۷۲۹
۲۹. $\frac{۵}{۶}$
۳۰.
$x - y = ۶$
$۵x + ۲y = ۲$
۳۱. الف) $a = ۱۲$
ب) $h = ۰/۷۵$